PART2　放物線の平行移動・対称移動

2 ［1］ (1) 放物線 $y=-2x^2+3x-4$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2) ある放物線 C：$y=ax^2+bx+c$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 1 だけ平行移動すると放物線 $y=3x^2-6x+4$ に重なった。定数 a，b，c の値を求めよ。

［2］ 放物線 $y=2x^2-2x+3$ を次の点や直線に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(1) x 軸　　(2) y 軸　　(3) 原点

Point Pickup

［1］ 放物線の平行移動は，頂点の移動に注目する。平行移動しても x^2 の係数は変わらない。移動後の放物線の式が示されているときは，逆向きの平行移動によって移動前の放物線を求めるとよい。

［2］ 放物線の対称移動は，頂点の移動と，凸方向の変化に注目する。

第 3 講　PART2　確認問題

1　放物線 $y=-2x^2-4x+1$ を x 軸方向に 3，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

$y=$ [アイ] x^2+ [ウ] $x-$ [エ]

2　ある放物線 C：$y=ax^2+bx+c$ を x 軸方向に 3，y 軸方向に -6 だけ平行移動すると放物線 $y=-3x^2+6x-1$ に重なった。定数 a，b，c の値を求めよ。

$a=$ [オカ]，$b=$ [キクケ]，$c=$ [コサ]

3　放物線 $y=3x^2+12x+16$ を次の直線や点に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

x 軸：[シ]　　y 軸：[ス]　　原点：[セ]

① $y=3x^2-12x+16$　　② $y=3x^2-12x-16$

③ $y=-3x^2+12x+16$　　④ $y=-3x^2+12x-16$

⑤ $y=-3x^2-12x-16$

PART2　放物線の平行移動・対称移動

2　［1］ (1)　放物線 $y=-2x^2+3x-4$ を x 軸方向に1，y 軸方向に3だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2)　ある放物線 C：$y=ax^2+bx+c$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に1だけ平行移動すると放物線 $y=3x^2-6x+4$ に重なった。定数 a，b，c の値を求めよ。

［2］　放物線 $y=2x^2-2x+3$ を次の点や直線に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(1)　x 軸　　(2)　y 軸　　(3)　原点

［1］ (1)　$y=-2x^2+3x-4=-2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)-4=-2\left\{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right\}-4$

$=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{23}{8}$

よって，この放物線の頂点の座標は $\left(\frac{3}{4},\ -\frac{23}{8}\right)$

この放物線を x 軸方向に1，y 軸方向に3だけ平行移動すると，頂点の座標は

$\left(\frac{3}{4}+1,\ -\frac{23}{8}+3\right)$ すなわち $\left(\frac{7}{4},\ \frac{1}{8}\right)$ に移動する。

したがって，求める放物線の方程式は　$y=-2\left(x-\frac{7}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$ $(=-2x^2+7x-6)$

(2)　放物線 C は，放物線 $y=3x^2-6x+4$ を x 軸方向に2，y 軸方向に -1 だけ平行移動したものである。

$y=3x^2-6x+4=3(x-1)^2+1$ より，この放物線の頂点の座標は $(1,\ 1)$

よって，放物線 C の頂点の座標は $(1+2,\ 1-1)$ すなわち $(3,\ 0)$ である。

したがって，放物線 C の方程式は　$y=3(x-3)^2=3x^2-18x+27$

ゆえに　$a=3$，$b=-18$，$c=27$

［２］　$y=2x^2-2x+3=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$ より，この放物線の頂点の座標は $\left(\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

(1)　頂点は $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{5}{2}\right)$ に移動し，上に凸となる。

よって，求める方程式は

$$y=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{2}$$

$$\left(y=-2x^2+2x-3\right)$$

(2)　頂点は $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ に移動し，下に凸のまま。

よって，求める方程式は

$$y=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$$

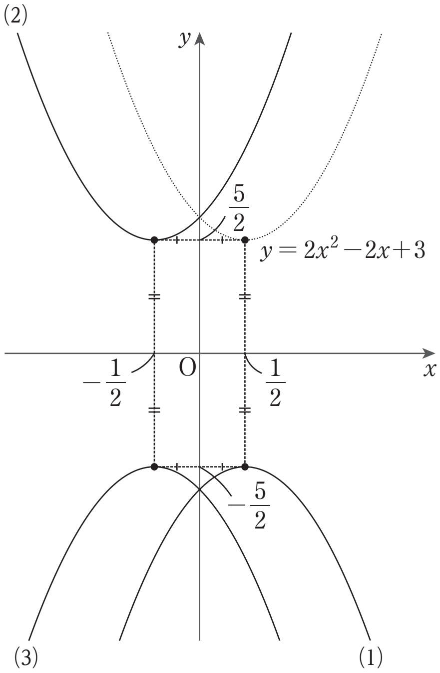
$$\left(y=2x^2+2x+3\right)$$

(3)　頂点は $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{2}\right)$ に移動し，上に凸となる。

よって，求める方程式は

$$y=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{2}$$

$$\left(y=-2x^2-2x-3\right)$$



第３講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：-2，ウ：8，エ：2

[解説]

$$y=-2x^2-4x+1=-2(x^2+2x)+1$$
$$=-2\{(x+1)^2-1^2\}+1=-2(x+1)^2+3$$

よって，この放物線の頂点の座標は　$(-1,\ 3)$

この放物線を x 軸方向に 3，y 軸方向に 3 だけ平行移動すると，頂点の座標は　$(-1+3,\ 3+3)$ [A]

すなわち $(2,\ 6)$ に移動する。

したがって，求める放物線の方程式は

$$y=-2(x-2)^2+6$$

すなわち $\boldsymbol{y=-2x^2+8x-2}$

[A]　放物線の平行移動は，頂点の移動に注目する。平行移動しても x^2 の係数は変わらない。

2

[正解] オカ：-3，キクケ：-12，コサ：-4

[解説]

放物線 C は，放物線 $y=-3x^2+6x-1$ を x 軸方向に -3，y 軸方向に 6 だけ平行移動したものである。[B]

$y=-3x^2+6x-1=-3(x-1)^2+2$ より，この放物線の頂点の座標は　$(1,\ 2)$

よって，放物線 C の頂点の座標は　$(1-3,\ 2+6)$

すなわち $(-2,\ 8)$ である。

したがって，放物線 C の方程式は

$$y=-3(x+2)^2+8=-3x^2-12x-4$$

ゆえに　$\boldsymbol{a=-3,\ b=-12,\ c=-4}$

[B]　移動後の放物線の式が示されているときは，逆向きの平行移動によって移動前の方程式を求めるとよい。

x 軸：3
y 軸：-6
移動前 ⇄ 移動後
x 軸：-3
y 軸：6

3 [正解] シ：⑤，ス：①，セ：④

[解説]

$y=3x^2+12x+16=3(x+2)^2+4$ より，この放物線は下に凸であり，頂点の座標は　$(-2,\ 4)$ [C]

x 軸に関する対称移動：頂点は $(-2,\ -4)$ に移動し，上に凸となる。 [C]

よって，求める方程式は　$y=-3(x+2)^2-4$

すなわち　$\boldsymbol{y=-3x^2-12x-16}$

y 軸に関する対称移動：頂点は $(2,\ 4)$ に移動し，下に凸のままである。 [C]

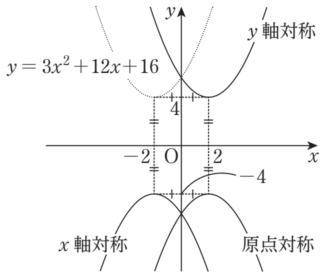
よって，求める方程式は　$y=3(x-2)^2+4$

すなわち　$\boldsymbol{y=3x^2-12x+16}$

原点に関する対称移動：頂点は $(2,\ -4)$ に移動し，上に凸となる。 [C]

よって，求める方程式は　$y=-3(x-2)^2-4$

すなわち　$\boldsymbol{y=-3x^2+12x-16}$



（別解）　x 軸に関する対称移動：

$-y=3x^2+12x+16$ [D]

すなわち　$\boldsymbol{y=-3x^2-12x-16}$

y 軸に関する対称移動：

$y=3(-x)^2+12(-x)+16$

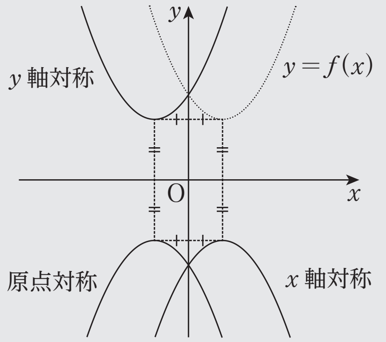
すなわち　$\boldsymbol{y=3x^2-12x+16}$

原点に関する対称移動：

$-y=3(-x)^2+12(-x)+16$

すなわち　$\boldsymbol{y=-3x^2+12x-16}$

[C]　放物線の対称移動は，頂点の移動と，凸方向の変化に注目する。



[D]　次の公式を用いてもよい。
関数 $y=f(x)$ のグラフを x 軸，y 軸，原点に関して対称移動した曲線の方程式は，それぞれ次の通りである。

x 軸：$-y=f(x)$
（y を $-y$ におき換え）

y 軸：$y=f(-x)$
（x を $-x$ におき換え）

原点：$-y=f(-x)$
（x を $-x$ に，y を $-y$ におき換え）